

УДК: 627.8, 12.519.87

DOI: 10.30546/JNAA.2024.26.1.97.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КУРИНСКОГО КАСКАДА ВОДОХРАНИЛИЩ С ПОМОЩЬЮ MATLAB

*Мехтиева Б.Г.*

*Азербайджанское Национальное Аэрокосмическое Агентство,  
Институт Космических Исследований Природных Ресурсов*

*Данное исследование было проведено в связи с усиливающимся в последнее время вниманием к экономии водных ресурсов Азербайджана и изучению состояния крупнейшего каскада водохранилищ на реке Кура. Работа посвящена некоторым аспектам гидрологического моделирования этого каскада.*

*Моделирование происходит в несколько этапов: создается орографическая схема; решается система дифференциальных уравнений, составленных на основании этой схемы; выводятся результаты.*

*Для проведения моделирования разработана программа в среде MATLAB. Программа работает в 2 режимах – конструкторском и рабочем. В конструкторском режиме создается орографическая схема, включающая основные объекты каскада (водохранилища, реки, каналы) и задаются их параметры (объем, перенос воды, геоданные о расположении). Программа позволяет редактировать и добавлять объекты. Все данные сохраняются в базе данных проекта.*

*При переходе в рабочий режим согласно выбранной модели создается система дифференциальных уравнений, соответствующая текущей орографической схеме. Число уравнений, решаемых с помощью MATLAB равно числу водохранилищ в каскаде. Решение осуществляется последовательно, начиная с первого уравнения системы. Затем найденные результаты подставляются во 2-е уравнение. С каждым следующим уравнением его сложность возрастает. Результаты выводятся в виде полученных формул и в виде графиков, отражающих состояние каскада.*

*Таким образом, разработанная программа имеет возможности проводить визуальное проектирование, и может быть с успехом применена для моделирования аналогичных каскадов водохранилищ.*

**Ключевые слова:** гидрология, моделирование, каскад водохранилищ, дифференциальные уравнения, MATLAB

### **Введение**

Одним из наиболее значительных вызовов, стоящих перед человечеством в настоящее время, является проблема нехватки водных ресурсов планеты. Водные ресурсы играют важную роль в решении продовольственной и энергетической программ страны. В Азербайджане эта проблема, прежде всего, заключается в неравномерности распределения воды, как в географическом, так и в сезонном смыслах. Большинство горных рек, берущих начало на южных склонах Малого Кавказа, весной разливаются и превращаются в сели, а в другое время года пересыхают.

В целях регулирования течения рек созданы более 60 водохранилищ, среди которых наиболее значительным является каскад из Шемкирского, Еникендского Мингечаурского и Варварского водохранилищ, расположенных последовательно по течению реки Кура с общим объемом более чем  $16,5 \text{ км}^3$  [1]. Река Кура, общей длиной 1515 км, является самой большой рекой республики. Водный бассейн реки Куры вместе с притоками составляет 80% водных ресурсов страны [2]. На рисунке 1 показана карта Куринского каскада водохранилищ. Карта получена с помощью веб-сервиса Google Maps.

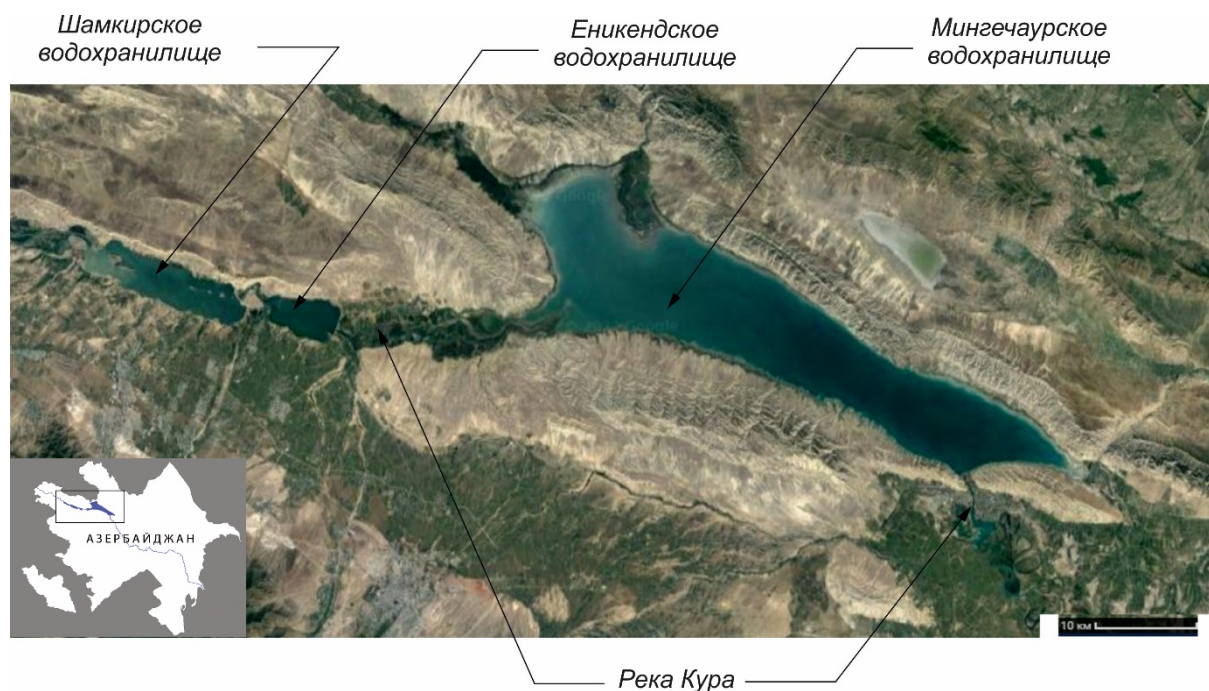


Рисунок 1. Расположение каскада водохранилищ на реке Кура

Создание водохранилищ позволяет достичь определенных целевых задач, но в то же время влечет ряд отрицательных изменений на прилегающей территории. Их влияние на окружающую среду может проявляться по-разному: прямо и косвенно; постоянно и временно; нарастающее, постоянно по годам или затухающее.

Моделирование процессов, происходящих как в самом водохранилище, так и за его пределами в некотором близком к нему ареале, относится к типу гидрологического моделирования. По Виноградову, исследование гидрологических объектов, явлений и процессов по-настоящему эффективно только в рамках методологии математического моделирования [3]. Разнообразие подходов к гидрологическому моделированию может и должно привести к созданию более надежных моделей, достоверно описывающих гидрологические процессы, имеющие место, в том числе, и в водохранилищах.

Каждый гидрологический процесс можно описать с помощью математических формул. Поэтому под термином «математическое моделирование гидрологических систем» в широком смысле можно понимать использование математики для описания характерных особенностей гидрологических систем или процессов [4].

Математическая модель лишь приближенно отражает поведение реальных объектов. С другой стороны, построение более точных моделей приводит к достаточно сложным задачам, аналитическое решение которых получить не удастся. Поэтому на первом этапе изучения

какого-либо процесса используется сравнительно простая модель. Таким образом, формирование математической модели зависит от того, какие аспекты конкретного явления считаются главными, а какие второстепенными.

Модель воспроизводит те параметры интересующего объекта, которые считаются важными для проводимого исследования. Детали реального объекта можно не учитывать, поскольку они не важны в конкретном случае или потому что они слишком сложны и, следовательно, создают трудности.

Для создания математической модели какого-либо явления необходимо выразить законы, управляющие этим явлением в математической форме. Часто модели различных явлений механики, электрических и магнитных явлений и др. выражаются в виде дифференциальных уравнений. Для нахождения частных решений их необходимы также начальные и граничные условия рассматриваемых явлений.

### **Материалы и методы**

Для проверки состояния водохранилищ используются средства мониторинга и гидрологическое моделирование. Структура мониторинга речного бассейна определяется особенностями географического положения каждого бассейна, типами его ландшафтов, морфометрическими характеристиками, интенсивностью и разнообразием хозяйственного использования [5].

Гидрологическое моделирование есть упрощенное концептуальное представление части гидрологического цикла. Использование моделирования имеет как положительные свойства, так и недостатки. К первым относятся возможности изучения различных сценариев развития ситуации, а также процессов и явлений, недоступных для экспериментов, или тех, которые теоретически возможны, но не происходящих в данный момент; ко вторым – сложность математического выражения модели и необходимость разработки специализированного программного обеспечения.

Гидрологические процессы представляют собой описание некоторого явления, которое протекает, постоянно меняясь, в зависимости от времени [6]. Сам гидрограф выражается графиком изменения стока в зависимости от времени [7].

Точная математическая модель каскада водохранилищ требует учета всех потерь воды, в том числе, из-за испарения с водной поверхности, вследствие утечки в грунтовые подземные воды путем прямого проникновения, прямой откачки и других факторов.

Один из способов моделирования – расчленение по частям гидрографа – широко используется в настоящее время. Так, в следующей работе рассматривается метод расчленения гидрографов стока на базисный сток, весеннее половодье, дождевые и оттепельные паводки на основе подхода, предложенного Б.И. Куделиным [8].

Цель симулятора водохранилищ – проводить исследования реального водохранилища без затрат на испытания реального объекта, или тестировать различные сценарии, чтобы найти оптимальный перед пуском водохранилища в эксплуатацию. При этом учитываются наиболее изученные факторы и хорошо известные граничные условия с целью получения наименьшей неопределенности.

Временные и пространственные производные гидрологических процессов одинаково важны, особенно в условиях меняющегося климата. В процессе работы над статьей была создана симуляционная модель, позволяющая изучить совместное влияние этих факторов.

При этом в расчетах не учитывались некоторые другие факторы влияния. Таким образом, назначение данной модели заключалось в изучении некоторых специфических сценариев, как:

- нарушение основного гидрологического режима работы;
- выход гидрологических показателей за пределы нормы;
- разрушение водохранилища.

На первом этапе для формирования карты региона с сайта [gis-lab.info](http://gis-lab.info) был скачан архив геоданных. Архив содержит обширную библиотеку векторных геоданных в формате shape-файлов, насчитывающую около 50 различных слоев, включающие границы государств, административное деление, инфраструктуру, гидрологические и другие объекты, в том числе, контуры и атрибуты водохранилищ и рек. Загрузка геоданных и создание базы данных проекта было проведено средствами пакета Mapping Toolbox, входящего в состав программы MATLAB.

Для наилучшего исследования режимов работы каскада разрабатываются комплексы, включающие: гидрологическую модель в виде компьютерной программы; базу данных; а также пользовательский интерфейс. Это придает возможности управления данными, визуализации и отчетности. В частности, так работают почти все платформы моделирования с открытым кодом.

Для моделирования в среде программирования MATLAB была разработана программа “Kaskad”, имеющая графический интерфейс пользователя. Программа работает в двух режимах: конструкторском и рабочем. Конструкторский режим предназначен для редактирования проекта. В этом режиме возможно добавлять или удалять водные объекты, а также редактировать их параметры: объем, сток и другие значения. На рисунке 2 приведен вид программы в конструкторском режиме.

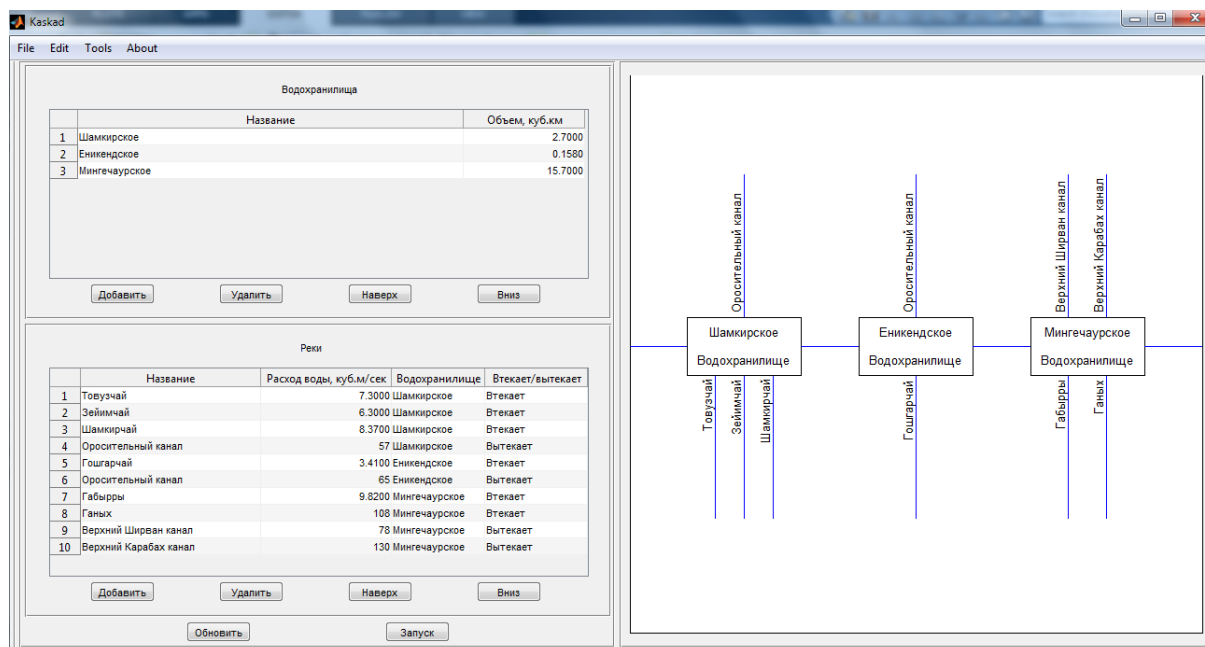


Рисунок 2. Внешний вид программы в конструкторском режиме

Слева на рисунке 2 расположены панели с таблицами, содержащими параметры всех водных объектов проекта. Справа находится орографическая схема каскада, соответствующая

данным из таблиц. На орографической схеме водохранилища показаны в виде прямоугольников. Входящими в них снизу линиями указаны реки, втекающие в водохранилища, а сверху – вытекающие из них каналы.

В конструкторском режиме программа имеет возможности создания и редактирования основных объектов программы. К этим объектам относятся:

- водохранилища Куринского каскада;
- реки и каналы, входящие в состав бассейнов отдельных водохранилищ;

Таким образом, кроме редактирования состава каскада, имеется возможность создания нового проекта с нуля, заполнив таблицы «Водоохранилища» и «Реки». При корректном заполнении этих таблиц становится возможным создать новую орографическую схему и соответствующую ей математическую модель.

Возможности редактирования включают операции добавления новых объектов, удаления и редактирования имеющихся. Кроме того, возможно перемещение объектов вверх или вниз таблиц. Все вышеперечисленные действия влекут за собой соответствующие изменения в орографической схеме. В таблице 1 приведены значения параметров объектов и их обозначения, которые в дальнейшем будут использованы в дифференциальных уравнениях модели.

После завершения редактирования программа имеет возможность для перехода из конструкторского в рабочий режим. При этом на основе созданной орографической схемы MATLAB автоматически создает систему дифференциальных уравнений. Система включает уравнения (1) – (3).

$$\frac{dw_1}{dt} = A_1 - k_1 w_1 \quad (1)$$

$$\frac{dw_2}{dt} = A_2 + k_1 w_1 - k_2 w_2 \quad (2)$$

$$\frac{dw_3}{dt} = A_3 + k_2 w_2 - k_3 w_3 \quad (3)$$

где,

$$A_1 = x_1 + x_2 + x_3 - E_1;$$

$$A_2 = x_4 - E_2;$$

$$A_3 = x_5 + x_6 - E_3 - E_4;$$

$w_1, w_2, w_3$  – искомые переменные, выходные значения водохранилищ;

$k_1, k_2, k_3$  – параметры режимов сброса отдельных водохранилищ.

Решение уравнений осуществляется с помощью функции MATLAB `dsolve(eq, cnd)`, где `eq` – формула дифференциального уравнения, а `cnd` – начальное условие [9].

Таблица 1.

Сводная таблица значений параметров водных объектов

№	Наименование	Обозначение	Параметры	
			Объем, куб. км	Сток, куб. м в с
1	Шамкирское вдхр.	$w_{11}$	2.7	-
2	Еникендское вдхр.	$w_{12}$	0.158	-
3	Мингечаурское вдхр.	$w_{13}$	15.7	-
4	р. Товузчай	$x_1$	-	7.3
5	р. Зейимчай	$x_2$	-	6.3
6	р. Шемкирчай	$x_3$	-	8.37
7	р. Гошгарчай	$x_4$	-	3.41
8	р. Габырры	$x_5$	-	9.82
9	р. Ганых	$x_6$	-	10.8
10	Оросительный канал	$E_1$	-	57
11	Оросительный канал	$E_2$	-	65
12	Канал Верхний Ширван	$E_3$	-	78
13	Канал Верхний Карабах	$E_4$	-	130

В качестве примера приведем вид этой функции для решения уравнения (1):

$dsolve('Dw1 = A1 - k1 * w1', 'w1(t1) = w11')$

Постоянные времени  $t1$ ,  $t2$ ,  $t3$  – задержки на распространение водного потока до выхода 1-го, 2-го и 3-го водохранилищ соответственно.

Уравнения решаются последовательно, начиная с первого водохранилища. Найденное решение первого уравнения вставляется во второе уравнение, и так далее, до последнего. Ниже приведены решения уравнений (1) и (2).

$$z1 = (A1 - \exp(k1 * t1) * \exp(-k1 * t) * (A1 - k1 * w11)) / k1$$

здесь  $z1$  – решение уравнения (1) в символической форме. Это выражение подставляется вместо  $w1$  в уравнение (2). Решение уравнения (2) выглядит так:

$$z2 = \exp(-k2 * t) * ((\exp(k2 * t - k1 * t) * (A1 * \exp(k1 * t1) - k1 * w11 * \exp(k1 * t1))) / (k1 - k2) + (\exp(k2 * t) * (A1 + A2)) / k2) + \exp(-k2 * t) * \exp(k2 * t2) * (w12 - \exp(-k2 * t2) * ((\exp(k2 * t2 - k1 * t2) * (A1 * \exp(k1 * t1) - k1 * w11 * \exp(k1 * t1))) / (k1 - k2) + (\exp(k2 * t2) * (A1 + A2)) / k2))$$

Соответственно это значение подставляется вместо  $w2$  в уравнение (3).

Решение 3-го уравнения не приводится из соображений компактности, поскольку в символической форме занимает 21 строку.

В рабочем режиме для представления результатов моделирования в табличном и графическом виде программа задает шаг квантования по времени и запускает процесс решения. На рис. 3 показан вид программы в рабочем режиме. Значения оси абсцисс выражены в часах, а оси ординат – в  $км^3$ .

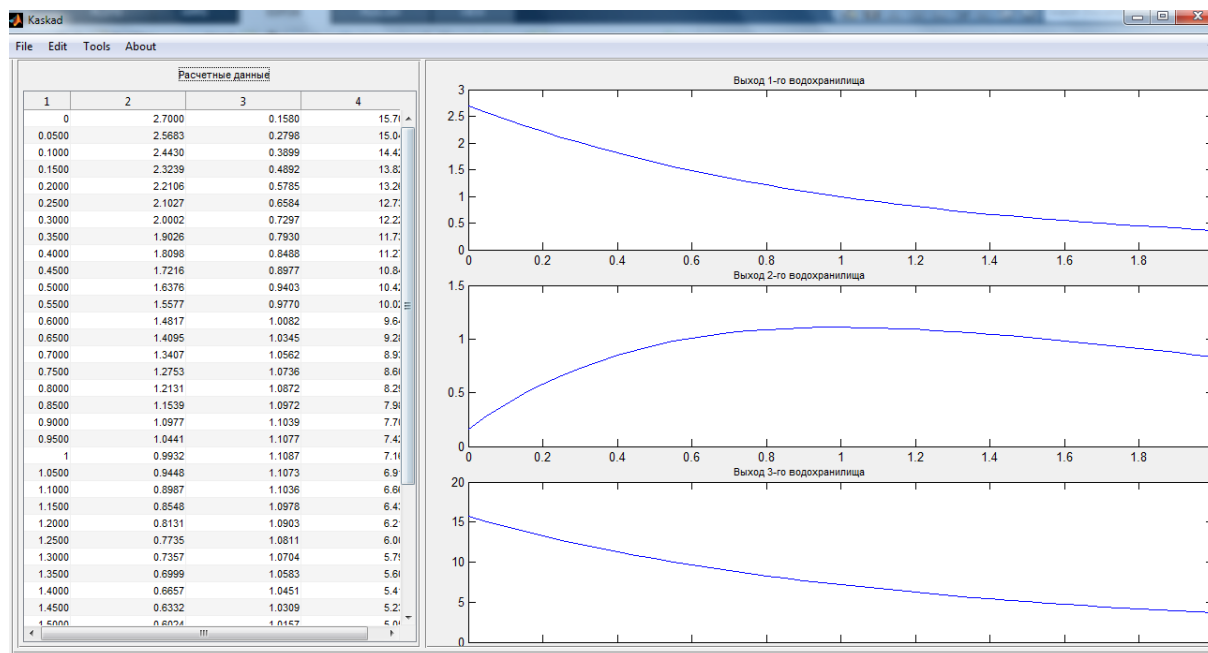


Рисунок 3. Внешний вид программы в рабочем режиме

Резюмируя все вышесказанное, блок-схему программы моделирования можно представить в следующем виде (рисунок 4).



Рисунок 4. Блок-схема программы моделирования каскада водохранилищ

### Выводы

Разработана программа для расчета математической модели каскада водохранилищ. Программа предоставляет возможность автоматического построения орографической схемы и на ее основе – математической модели в виде системы дифференциальных уравнений. Решение системы осуществляется встроенными средствами программы MATLAB. Результаты решения выводятся в табличном и графическом виде.

## **ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Иманов Ф.А. Водные ресурсы и их использование в трансграничном бассейне р. Куры. Санкт-Петербург: Свое издательство, 2016. 164 с.
2. Мамедов А. Проблемы и перспективы управления водными ресурсами в Азербайджане. Электронный ресурс: [http://www.eecca-water.net/file/mamedov\\_3105.pdf](http://www.eecca-water.net/file/mamedov_3105.pdf). Режим доступа 03.04.2023
3. Виноградов Ю.Б. Математическое моделирование процессов формирования стока. Опыт критического анализа. Л.: Гидрометеиздат, 1988, 312 с.
4. Руководство по гидрологической практике. Том II. Управление водными ресурсами и практика применения гидрологических методов // Всемирная Метеорологическая Организация, 2009. 324 с.
5. Курбатова, И.Е. Использование данных космического мониторинга для оценки экологического состояния крупных речных водосборов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, 2010, Т. 7, № 2. с. 157-166.
6. Lollino G., Arattano M., Rinaldi M., et all (Eds.) Engineering Geology for Society and Territory. Volume 3. River Basins, Reservoir Sedimentation and Water Resources. Springer International Publishing. Switzerland, 2015. 618 p.
7. Raghunath H.M. Hydrology. Principles, Analysis, Design. New Age International Ltd., 2006. 463 p.
8. Рец Е.П., Киреева М.Б., Самсонов Т.Е. и др. Алгоритм автоматизированного расчленения гидрографа по методу Б.И. Куделина grwat: проблемы и перспективы // Водные ресурсы, 2022, том 49, № 1, с. 27-42.
9. Kalechman M. Handbook of Practical MATLAB for Engineers. Taylor & Francis Group LLC, 2009. 708 pp.

## **REFERENCES**

1. İmanov F.A. Vodnie resursi i ix ispolzovanie v transgranichnom basseyne r. Kuri. Sankt - Peterburq: Svoe izdatelstvo, 2016. 164 s.
2. Mamedov A. Problemi i perspektivi upravleniya vodnimi resursami v Azerbayjane. Elektronniy resurs: [http://www.eecca-water.net/file/mamedov\\_3105.pdf](http://www.eecca-water.net/file/mamedov_3105.pdf). Rejim dostupa 03.04.2023
3. Vinqradov Y.B. Matematicheskoye modelirovaniye prosessov formirovaniya stoka. Opit kriticheskogo analiza. L. Gidrometeoizdat, 1988, 312 s .
4. Rukvodstvo po gidrologicheskoy praktike. Tom II. Upravlenie vodnimi resursami i praktika primeneniya gidrologicheskikh metodov// Vsemirnaya Meteorologocheskaya Organizasiya 2009, 324 s.
5. Kurbatova İ.E. İspolzovanie dannikh kosmicheskogo monitoringa dlya otsenki ekologicheskogo sostoyaniya krupnikh rechnikh vodosborov // Sovremennie problemi dictansionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa, 2010, T. 7, № 2, s. 157-166.
6. Lollino G., Arattano M., Rinaldi M., et all (Eds.) Engineering Geology for Society and Territory. Volume 3. River Basins, Reservoir Sedimentation and Water Resources. Springer International Publishing. Switzerland, 2015. 618 p.

7. Raghunath H.M. Hydrology. Principles, Analysis, Design. New Age International Ltd., 2006. 463 p.
8. Rets E.P., Kireeva M.B., Samsonov T.E. i dr. Algoritm avtomatizirovannogo raschleneniya gidrografa po metodu B.I. Kudelina grvat: problem I perspektivi//Vodnie resursi, 2022, tom 49, № 1, c. 27-42.
9. Kalechman M. Handbook of Practical MATLAB for Engineers. Taylor & Francis Group LLC, 2009. 708 pp.

## ***MATLAB PROQRAMINDAN İSTİFADƏ ETMƏKLƏ KÜR KASKAD SU ANBARLARININ MODELİNİN QURULMASI***

***Mehdiyeva B.Q.***

*Azərbaycan Milli Aerokosmik Agentliyi,  
Təbii Sərvətlərin Kosmik Tədqiqatları İnstitutu*

*Aparılmış tədqiqatlar son vaxtlar Azərbaycanda su ehtiyatlarına qənaət və Kür çayı üzərində yerləşən kaskad su anbarlarının su rejiminin vəziyyətinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Məqalədə kaskad su anbarlarının hidroloji modelləşdirilməsinin bəzi aspektləri yerinə yetirilmişdir.*

*Modelləşdirmə bir neçə mərhələdə baş verir: oroqrafik sxem yaradılır, bu sxem əsasında tərtib edilmiş diferensial tənliklər sistemi həll edilir, nəticələr göstərilir.*

*Simulyasiyanı həyata keçirmək üçün MATLAB mühitində kaskad su anbarları üçün yeni proqram hazırlanmışdır. Proqram 2 rejimdə işləyir - dizayn və işləmə. Dizayn rejimində kaskadın əsas obyektləri (su anbarları, çaylar, kanallar) daxil olmaqla oroqrafiya diaqramı yaradılır və onların parametrləri təyin olunur (həcmi, suyun ötürülməsi, yerləşmə haqqında geoməlumatlar). Proqram obyektləri redaktə etməyə və əlavə etməyə imkan verir. Bütün məlumatlar verilənlər bazasında saxlanılır.*

*İş rejiminə keçərkən, seçilmiş modelə uyğun olaraq, cari oroqrafik sxemə uyğun diferensial tənliklər sistemi yaradılır. Tənliklərin sayı kaskaddakı anbarların sayına bərabərdir. Tənlikləri MATLAB proqramı özü həll edir. Həll sistemin birinci tənliyindən başlayaraq ardıcıl olaraq həyata keçirilir. Sonra tapılan nəticələr 2-ci tənliyi əvəz edir. Hər sonrakı tənliklə onun mürəkkəbliyi artır. Nəticələr qrafiklər şəklində göstərilmişdir.*

*Beləliklə, hazırlanmış proqram vizual dizaynı həyata keçirmək qabiliyyətinə malikdir və digər kaskad su anbarlarını modelləşdirmək üçün uğurla istifadə edilə bilər.*

***Açar sözlər:*** *hidrologiya, modelləşdirmə, lay şəlaləsi, diferensial tənliklər, MATLAB, hidroqraf, su ehtiyatları, riyazi modelləşdirmə.*

## MODELING THE KURA CASCADE OF RESERVOIRS USING MATLAB

**Mekhdiyeva B.G.**

*Azerbaijan National Aerospace Agency,  
Institute of Space Research of Natural Resources*

*This study was conducted in connection with the recent increasing attention to saving water resources in Azerbaijan and to studying the condition of the largest cascade of reservoirs on the Kura River. The work is devoted to some aspects of hydrological modeling of this cascade.*

*Modeling occurs in several stages: an orographic scheme is created, a system of differential equations compiled on the basis of this scheme is solved, results are displayed.*

*To carry out the simulation, a program was developed in the MATLAB environment. The program works in 2 modes – design and working. In the design mode, an orographic diagram is created, including the main objects of the cascade (reservoirs, rivers, canals) and their parameters are set (volume, water transfer, geodata about location). The program allows you to edit and add objects. All data is saved in the project database.*

*When switching to the operating mode, according to the selected model, a system of differential equations is created corresponding to the current orographic scheme. The number of equations is equal to the number of reservoirs in the cascade. The equations are solved using MATLAB. The solution is carried out sequentially, starting from the first equation of the system. Then the results found are substituted into the 2nd equation. With each subsequent equation its complexity increases. The results are displayed in the form of obtained formulas and in the form of graphs reflecting the state of the cascade.*

*Thus, the developed program has the ability to carry out visual design, and can be successfully used to model similar reservoir cascades.*

**Keywords:** *hydrology, modeling, reservoir cascade, differential equations, MATLAB, hydrograph, water resources, mathematical modeling.*

**Рецензент:** *д.т.н., проф. Азизов Б.М.*

### **Информация об авторе**

<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Место работы</b>	<b>Должность, научная степень, научное звание</b>	<b>Связь</b>
Мехтиева Бановша Габиль кызы	Азербайджанское Национальное Аэрокосмическое Агентство, Институт Космических Исследований Природных Ресурсов	Заведующий отделом математического моделирования природно- физических явлений, к.т.н., доц.	banovsha-64@mail.ru mob: (+994) 55 764 61 27